

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

ВЫСШАЯ ШКОЛА УПРАВЛЕНИЯ И ИННОВАЦИЙ

Утверждено  
на заседании Совета факультета  
«Высшая школа управления и инноваций»  
Протокол № от «05» 02.10.16.  
Председатель Совета



В.В. Печковская

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Физическая культура**

Направление подготовки 27.03.05. «Инноватика»  
Квалификация выпускника Бакалавр

Москва – 2016 г.

Составители: к.ф.м.-н., А.В. Латышев.

Рецензенты:

1. Кондратьева Г.В., кандидат педагогических наук, доцент кафедры математического анализа и геометрии МГОУ.
2. Морозова Мария Андреевна, Директор по оценке и развитию персонала АФК «Система».

«Математика», учебная дисциплина относится к математическому и естественнонаучному блоку Базовой части учебного плана.

#### Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Математика» относится к базовой части математического и естественнонаучного блока.

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин: «Теоретическая механика», «Физика», Системный анализ и принятие решений», «Основы квантовой физики и квантовых вычислений», «Основы теории управления».

Рабочая программа составлена на основании Образовательного стандарта, самостоятельно устанавливаемого МГУ имени М.В.Ломоносова для реализуемых основных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 27.03.05. – «Инноватика» уровень высшего образования бакалавр и 27.04.05.- «Инноватика» уровень высшего образования магистр, утвержденного Приказом по МГУ имени М.В.Ломоносова № 95 от 09.02.2016 г.

Рабочая программа утверждена на заседании Совета факультета «Высшей школы управления и инноваций» протокол № 4 от «05» февраля 2016 г.

Председатель Совета факультета «Высшая школа управления и инноваций»

  
В.В. Печковская



Рабочая программа с дополнениями и изменениями утверждена на заседании кафедры \_\_\_\_\_,  
протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 \_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) \_\_\_\_\_ (Ф.И.О.)

Одобрено советом факультета \_\_\_\_\_,  
протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 \_ г.

Председатель \_\_\_\_\_  
(подпись) \_\_\_\_\_ (Ф.И.О.)

Рабочая программа с дополнениями и изменениями утверждена на заседании кафедры \_\_\_\_\_,  
протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 \_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) \_\_\_\_\_ (Ф.И.О.)

Одобрено Советом факультета \_\_\_\_\_,  
протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 \_ г.

Председатель \_\_\_\_\_  
(подпись) \_\_\_\_\_ (Ф.И.О.)

Рабочая программа с дополнениями и изменениями утверждена на заседании кафедры \_\_\_\_\_,  
протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 \_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) \_\_\_\_\_ (Ф.И.О.)

Одобрено Советом факультета \_\_\_\_\_,  
протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 \_ г.

Председатель \_\_\_\_\_  
(подпись) \_\_\_\_\_ (Ф.И.О.)

**СОДЕРЖАНИЕ**

<b>СОДЕРЖАНИЕ .....</b>	<b>4</b>
<b>I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ .....</b>	<b>5</b>
<b>II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>7</b>
<b>III. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.....</b>	<b>11</b>
<b>IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>11</b>
Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	11
Перечень информационных технологий .....	12
Материально-техническое обеспечение дисциплины (разделов).....	13
<b>V. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ .....</b>	<b>13</b>
<b>VI. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>18</b>
Объем дисциплины и виды учебной работы .....	18
Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами .....	18
Разделы дисциплин и виды занятий .....	19
<b>Приложение 1. ФОРМА ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА.....</b>	<b>20</b>
<b>Приложение 2. СИСТЕМА РЕЙТИНГОВОЙ ОЦЕНКИ И КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ.....</b>	<b>21</b>
<b>Приложение 3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>22</b>

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

### *Цель дисциплины*

Цель освоения дисциплины - формирование знаний и понятий в области высшей математики, ее роли и месте в системе естественных и математических наук. Студент должен отчетливо усвоить исходные идеи, значение основных результатов и овладеть техникой рассуждений и вычислений в этих областях.

Для достижения этой цели изложение высшей математики в Университете должно строиться систематически, на уровне строгости, принятой в современной математике.

### *Учебные задачи дисциплины*

Изучение основных идей, понятий, теорем и формул таких разделов высшей математики, как Математический анализ, Линейная алгебра, Аналитическая геометрия, Функции многих переменных, Дифференциальные уравнения, Числовые и функциональные ряды, Комплексные числа.

### *Место дисциплины в структуре ООП ВО*

Дисциплина «Математика» относится к базовой части математического и естественнонаучного блока. Читается на 1 курсе (1 и 2 семестр).

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин: «Теоретическая механика», «Физика», Системный анализ и принятие решений», «Основы квантовой физики и квантовых вычислений», «Основы теории управления».

### *Результаты обучения*

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:*

- основные характеристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе;
- основные способы математической обработки информации;
- основы современных технологий сбора, обработки и представления информации;
- методы моделирования естественнонаучных и экономических проблем.

*Уметь:*

- применять естественнонаучные знания в профессиональной деятельности;
- использовать современные информационно-коммуникативные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации;
- составлять математические модели естественнонаучных и экономических проблем с учетом решаемых профессиональных задач.

*Владеть:*

- основными методами математической обработки информации;
- основными понятиями и методами математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии и дифференциальных уравнений;
- методами исследования и решения математических моделей естественнонаучных и экономических проблем.

### *Требования к результатам освоения дисциплины*

В результате освоения дисциплины должны быть сформированы следующие компетенции:

а) общенаучные компетенции:

– обладание знаниями о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук обладание знаниями о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук: физики, химии, биологии, наук о земле и человеке, экологии; владение основами методологии научного познания различных уровней организации материи, пространства и времени; умение, используя междисциплинарные системные связи наук, самостоятельно выделять и решать основные мировоззренческие и методологические естественнонаучные и социальные проблемы с целью планирования устойчивого развития (ОНК-1);

– владение фундаментальными разделами математики, необходимыми для решения научно-исследовательских и практических задач в профессиональной области (ОНК-6).

*б) инструментальные:*

– владение навыками использования программных средств и работы в компьютерных сетях, использования ресурсов Интернет, владение основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации (ИК-3);

– способность использовать современную вычислительную технику и специализированное программное обеспечение в научно-исследовательской работе (ИК-4).

*в) системные:*

– способность к поиску, критическому анализу, обобщению и систематизации научной информации, к постановке целей исследования и выбору оптимальных путей и методов их достижения (СК-2);

– способность к самостоятельному обучению и разработке новых методов исследования, к изменению научного и научно-производственного профиля деятельности (СК-3).

**Профессиональные компетенции:**

– способность выбрать метод научного исследования, модифицировать существующие и разработать новые методы, исходя из задач конкретного научного исследования (ПК-2);

– способность критически анализировать современные проблемы инноватики, ставить задачи и разрабатывать программы исследований, интерпретировать, представлять и применять полученные результаты (ПК-5);

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:**

– основы математических дисциплин: Математический анализ, Линейная алгебра, Аналитическая геометрия, Функции многих переменных, Дифференциальные уравнения, Числовые и функциональные ряды, Комплексные числа.

– основные этапы математического исследования и их применение при решении экономических задач;

– основные этапы графического интерпретирования математических исследований.

**Владеть:**

– современными математическими знаниями (теоремами и формулами) основных математических дисциплин (см. пункт «Знать»).

– методами поиска информации, необходимой для решения поставленных математических задач;

– методами составления математических моделей к экономическим задачам.

**Уметь:**

– использовать полученные в процессе изучения курса теоретические знания математического исследования в конкретных практических ситуациях, возникающих в профессиональной области;

– применять на практике изученные в рамках данного курса методы для решения практических задач математического и экономического характера;

- осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

### **Формы контроля**

Текущий контроль осуществляется преподавателем по итогам домашних и контрольных работ, коллоквиума (по усмотрению преподавателя) и во время опросов на практических занятиях.

По неудачно выполненным заданиям рекомендуется проработка, включающая работу над ошибками, выполнение аналогичных заданий и передачу работ. Результаты работ в виде зачетных и незачетных заданий должны быть доступны студентам постоянно в течение всего семестра.

*Рубежный контроль:* контрольная по отдельным разделам дисциплины.

*Итоговая аттестация во 2 семестре:* экзамен в письменной форме.

Результаты текущего контроля и итоговой аттестации формируют рейтинговую оценку работы студента. Распределение баллов по отдельным видам работ в процессе освоения дисциплины «Математика» осуществляется в соответствии с Приложением 2.

## **II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Введение**

Общее представление о совокупности математических методов исследования, применяемых в экономике. Теоретические методы исследования. Роль и место методов математики в совокупности эмпирических и теоретических методов исследования. Предмет и метод математической науки.

### **1 семестр**

#### **Раздел 1. Математический анализ**

##### **Тема 1. Множества и функции**

Понятие множества, операции над множествами. Модуль числа. Окрестность точки. Понятие функции. Способы задания функции. Свойства функций. Элементарные функции. Обратные функции. Сложные функции.

##### **Тема 2. Графики функций**

Классификация функций: полином, дробно-рациональные функции, иррациональные функции, трансцендентные функции. Графики функций. Преобразование графиков. Применение функций в экономике. Интерполирование функций (линейное). Правила приближенных вычислений. Правило округления.

##### **Тема 3. Пределы и непрерывность**

Предел числовой последовательности. Предел функции в бесконечности и в точке. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Признаки существования предела.

##### **Тема 4. Замечательные пределы и непрерывность**

Первый и второй замечательные пределы. Число Непера. Задача о непрерывном начислении процентов. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Точки разрыва функции. Асимптоты графиков функций, вертикальные, наклонные и горизонтальные.

**Тема 5. Производная и дифференцирование**

Задачи, приводящие к понятию производной: задача о касательной, задача о скорости движения, задача о производительности труда. Определение производной, Непрерывность и дифференцируемость. Схема вычисления производной.

**Тема 6. Производная и дифференцирование (продолжение)**

Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций: производная логарифмической функции, производная показательной функции, производная степенной функции, производная степенно-показательной функции. Таблица производных. Производная неявной и параметрически заданной функции. Производные высших порядков.

**Тема 7. Дифференциал и его приложения**

Понятие дифференциала функции. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Дифференциалы высших порядков. Экономический смысл производной. Использование дифференциала в экономике.

**Тема 8. Приложения дифференциального исчисления**

Основные теоремы о производных: Ферма, Ролля, Лагранжа. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функций. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.

**Тема 9. Приложения дифференциального исчисления (продолжение)**

Выпуклость функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функций и построение графиков. Приложения производной в экономической теории.

**Тема 10. Неопределенный интеграл**

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Таблица интегралов. Примеры.

**Тема 11. Методы интегрирования**

Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Интегрирование простейших рациональных функций.

**Тема 12. Методы интегрирования (продолжение)**

Интегрирование некоторых видов иррациональностей. Интегрирование тригонометрических функций. Интегралы, «неберущиеся» в элементарных функциях. Некоторые специальные интегралы, типа интегралов Пуассона. Примеры.

**Тема 13. Определенный интеграл**

Понятие определенного интеграла. Его геометрический и экономический смысл. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.

**Тема 14. Приложения определенного интеграла**

Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Геометрический смысл определенного интеграла: площадь плоской фигуры, объем тела вращения.



**Тема 15. Приложения определенного интеграла (продолжение)**

Несобственные интегралы, их сходимость. Главное значение интеграла по Коши. Приближенные вычисления определенных интегралов. Применение определенного интеграла в экономике.

**Тема 16. Кратные и криволинейные интегралы**

Двойные интегралы. Криволинейные интегралы. Формула Грина и ее приложения. Тройные интегралы. Цилиндрические и сферические координаты.

**Раздел 2. Линейная алгебра****Тема 17. Матрицы**

Основные сведения. Виды матриц. Операции над матрицами. Умножение, транспонирование, возведение в степень. Полином от матричного аргумента. След матрицы. Примеры.

**Тема 18. Определители квадратной матрицы**

Определители второго и третьего порядков. Правило Сарруса. Геометрический смысл определителей второго и третьего порядков. Перестановки. Число инверсий в перестановке из номеров столбцов элементов матрицы. Определитель  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Миноры. Алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа.

**2 семестр****Тема 1. Ранг матрицы**

Обратная матрица. Примеры. Критерий существования обратной матрицы. Алгоритм вычисления. Свойства определителей. Равенство нулю. Вынесение общего множителя строки (столбца). Перестановка строк (столбцов). Определитель произведения. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы. Теорема о ранге.

**Тема 2. Метод обратной матрицы и формулы Крамера**

Основные понятия и определения. Системы линейных уравнений с двумя и тремя переменными. Системы линейных уравнений, отвечающие квадратной матрице  $n$ -го порядка. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Теорема Крамера. Примеры.

**Тема 3. Система  $m$ -линейных уравнений с  $n$  неизвестными**

Теорема Кронекера-Капелли. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Метод Жордана-Гаусса. Балансовый анализ: модель Леонтьева – модель многоотраслевой экономики.

**Раздел 3. Аналитическая геометрия****Тема 4. Векторы на плоскости и в пространстве**

Основные понятия: длина вектора, сумма, разность векторов, скалярное произведение. Свойства скалярного произведения. Неравенство треугольника. Проекция вектора на ось. Понятие  $n$ -мерного вектора и векторного пространства. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Примеры.

**Тема 5. Евклидово пространство и квадратичные формы**

Скалярное пространство. Длина (норма) вектора. Линейные операторы. Собственные

векторы и собственные значения линейных операторов. Примеры. Определение квадратичной формы и ее свойства. Закон инерции квадратичных форм. Модель международной торговли: линейная модель обмена.

**Тема 6. Уравнение линии и прямой.**

Системы координат. Задачи. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Задачи и упражнения.

**Тема 7. Кривые второго порядка. Прямые и плоскости в пространстве**

Окружность и эллипс. Гипербола и парабола. Дробно-линейная функция. Полярные координаты. Плоскость и прямая в пространстве.

**Раздел 4. Функции многих переменных**

**Тема 8. Частные производные, Градиент. Дифференциал функции**

Основные понятия: функции, область определения, важные функции, график, линии уровня. Предел и непрерывность. Частные производные. Дифференциал функции. Производная по направлению. Градиент. Примеры.

**Тема 9. Экстремум функции нескольких переменных**

Критические или стационарные точки. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума функции двух переменных,  $n$  переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Примеры.

**Тема 10. Метод наименьших квадратов. Приложения в экономической теории**

Понятие об эмпирических формулах. Метод наименьших квадратов. Функции нескольких переменных в экономической теории. Оптимальное распределение ресурсов.

**Раздел 5. Дифференциальные уравнения**

**Тема 11. Дифференциальные уравнения первого порядка**

Основные понятия: решение, интегральная кривая, частные решения. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения. Элементы качественного анализа дифференциальных уравнений.

**Тема 12. Аналитическое решение дифференциальных уравнений первого порядка**

Неполные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

**Тема 13. Дифференциальные уравнения второго порядка**

Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Применение дифференциальных уравнений в экономической динамике. Системы дифференциальных уравнений.

**Раздел 6. Числовые и функциональные ряды**

**Тема 14. Сходящиеся числовые ряды**

Основные понятия. Сходимость ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак

сходимости. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Признаки Коши и Даламбера. Интегральный признак сходимости. Ряды с членами произвольного знака. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.

### **Тема 15. Функциональные ряды**

Основные понятия. Ряды Маклорена и Тейлора. Разложение основных элементарных функций в степенные ряды: экспонента, синус, косинус, логарифм и бином. Геометрические прогрессии.

### **Тема 16. Степенные ряды**

Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Применение рядов в приближенных вычислениях. Примеры.

## **Раздел 7. Комплексные числа**

### **Тема 17. Комплексные числа**

Понятие комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами. Комплексная плоскость. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера.

### **Тема 18. Комплексные числа (продолжение)**

Вывод формулы Эйлера. Модуль и аргумент комплексного числа. Первая и вторая формулы Муавра. Геометрический смысл комплексного числа. Геометрическое сложение и вычитание комплексных чисел.

## **III. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В процессе освоения дисциплины «Математика» используются следующие образовательные технологии:

### **1. Стандартные методы обучения:**

- лекции;
- семинары;
- письменные домашние задания;
- консультации преподавателей;
- самостоятельная работа студентов, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к семинарам, выполнение указанных выше письменных работ.

### **2. Методы обучения с применением интерактивных форм образовательных технологий:**

- интерактивные лекции;
- обсуждение результатов работ студентов.

## **IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

#### **а) основная литература:**

1. Бобрик, Г.И. Высшая математика для экономистов [Текст]: сборник задач: Учебное пособие / Г.И. Бобрик, Р.К. Гринцевичюс, В.И. Матвеев, Б.М. Рудык – М.: Инфра-М, 2016. – 539 с.
2. Дарьин, А.Н. Алгебра и аналитическая геометрия: учеб.-метод. Пособие [Текст] / А. Н. Дарьин и др. ; под ред. И. С. Ломова ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, ВМК - М. :

МАКС Пресс, 2009. – 51 с.

3. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата [Текст] : учебник и практикум / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред. Н.Ш. Кремера – 4 изд., перераб. и доп. Серия: Бакалавр. Углубленный курс – М.: Юрайт, 2012. – 909 с.
4. Попов, А.М., Сотников В. Н. Высшая математика для экономистов [Текст]: Учебник для бакалавров / А.М. Попов, В.Н. Сотников, под.ред. А.М. Попова – М.: Юрайт, 2016. – 564 с.
5. Садовничая, И.В. Методическая разработка по математическому анализу для потока бакалавров. 1 курс : учеб.-метод. материалы / И.В.Садовничая [и др.] ; под общ. ред. В. А. Ильина ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, Фак. ВМК - М. : МАКС Пресс, 2009.

#### б) дополнительная литература:

1. Гладун, И.В. Статистика. Учебник [Текст] / И.В. Гладун - М.: КноРус, 2017. – 232 с.
2. Никитин, А.А., Фомичев, В.В. Математический анализ. Углубленный курс: 2-е изд., испр. и доп. Учебник и практикум для академического бакалавриата [Текст] / А.А. Никитин, В.В. Фомичев, научная школа МГУ им. М.В. Ломоносова – М.: Юрайт, 2017. – 460 с.
3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах [Текст]: учеб. Серия: лучшие классические учебники / Г.М. Фихтенгольц – 11-е издание. – М.: Лань, 2017. – 608 с.
4. Филиппов, А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений : учеб. для студентов вузов [Текст] / А. Ф. Филиппов, заслуженный профессор МГУ. Сер. Классический учебник МГУ - М.: URSS, 2015. – 240 с.
5. Шагин, В.Л., Соколов, А.В. Математический анализ. Базовые понятия. Учебное пособие для прикладного бакалавриата [Текст] / В.Л. Шагин, А.В. Соколов – М.: Юрайт, 2016. – 245с.

#### в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. URL: <http://ega-math.narod.ru>
2. URL: <http://lib.mexmat.ru> – Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ
3. URL: <http://www.library.mephi.ru> – Центр информационно-библиотечного обеспечения учебно-научной деятельности МИФИ
4. URL: <http://www.matburo.ru> – Математическое бюро: Учебники по математическому анализу
5. URL: <http://www.mccme.ru>
6. URL: <http://www.edu.ru>

#### Перечень информационных технологий

В процессе обучения используются:

- Средства мультимедиа для демонстрации презентаций (персональный компьютер, проектор).
- Программное обеспечение MS Office, MathCad и Maple.
- Доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

#### Рекомендуемые обучающие, справочно-информационные, контролирующие и прочие компьютерные программы, используемые при изучении дисциплины

№ п/п	Название рекомендуемых по разделам и темам программы технических и компьютерных средств обучения	Номера тем
1.	MathCad	4,5,7,9,11,13,14,15,17,18
2.	Maple	4,5,7,9,11,13,14,15,17,18
3.	PowerPoint	1-18

**Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Освоение дисциплины «Математика» требует от студента дисциплины и внимательности на занятиях, выполнения домашних заданий, подготовки к проверочным и контрольным работам, активной работы на занятиях.

Самостоятельная работа является необходимым элементом подготовки и направлена на формирование у студента навыков работы с литературой, анализа, синтеза и обобщения информации, повышения уровня ответственности при выполнении работы.

**Материально-техническое обеспечение дисциплины (разделов)**

Для проведения занятий необходима аудитория, персональный компьютер и проектор для демонстрации презентаций, доска и маркеры. Обязательное программное обеспечение – MS Office, MathCad, Maple, PowerPoint.

**V. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ*****Тематика курсовых работ***

Курсовая работа по дисциплине «Математика» не предусмотрена.

***Тематика рефератов***

Рефераты по дисциплине «Математика» не предусмотрены.

**Вопросы к зачету*****I семестр***

1. Понятие множества, операции над множествами. Модуль числа. Окрестность точки. Понятие функции. Способы задания функции. Свойства функций. Элементарные функции. Обратные функции. Сложные функции.
2. Классификация функций: полином, дробно-рациональные функции, иррациональные функции, трансцендентные функции. Графики функций. Преобразование графиков. Интерполирование функций (линейное). Правила приближенных вычислений. Правило округления.
3. Предел числовой последовательности. Предел функции в бесконечности и в точке. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Признаки существования предела.
4. Первый и второй замечательные пределы. Число Непера. Задача о непрерывном начислении процентов. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Точки разрыва функции. Асимптоты графиков функций, вертикальные, наклонные и горизонтальные.
5. Задачи, приводящие к понятию производной: задача о касательной, задача о скорости движения, задача о производительности труда. Определение производной, Непрерывность и дифференцируемость. Схема вычисления производной.
6. Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций: производная логарифмической функции, производная показательной функции, производная степенной функции, производная степенно-показательной функции. Таблица производных. Производная неявной и параметрически заданной функции. Производные высших порядков.
7. Понятие дифференциала функции. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Дифференциалы высших порядков. Экономический смысл производной. Использование дифференциала в экономике.
8. Основные теоремы о производных: Ферма, Ролля, Лагранжа. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функций. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.

9. Выпуклость функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функций и построение графиков. Приложения производной в экономической теории.
10. Основные сведения. Виды матриц. Операции над матрицами. Умножение, транспонирование, возведение в степень. Полином от матричного аргумента. След матрицы. Примеры.
11. Определители второго и третьего порядков. Правило Сарруса. Геометрический смысл определителей второго и третьего порядков. Перестановки. Число инверсий в перестановке из номеров столбцов элементов матрицы. Определитель  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Миноры. Алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа.
12. Обратная матрица. Примеры. Критерий существования обратной матрицы. Алгоритм вычисления. Свойства определителей. Равенство нулю. Вынесение общего множителя строки (столбца). Перестановка строк (столбцов). Определитель произведения. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы. Теорема о ранге.
13. Основные понятия и определения. Системы линейных уравнений с двумя и тремя переменными. Системы линейных уравнений, отвечающие квадратной матрице  $n$ -го порядка. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Теорема Крамера. Примеры.
14. Теорема Кронекера-Капелли. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Метод Жордана-Гаусса. Балансовый анализ: модель Леонтьева – модель многоотраслевой экономики.
15. Основные понятия: длина вектора, сумма, разность векторов, скалярное произведение. Свойства скалярного произведения. Неравенство треугольника. Проекция вектора на ось. Понятие  $n$ -мерного вектора и векторного пространства. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Примеры.
16. Скалярное пространство. Длина (норма) вектора. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Примеры. Определение квадратичной формы и ее свойства. Закон инерции квадратичных форм. Модель международной торговли: линейная модель обмена.
17. Системы координат. Задачи. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Задачи и упражнения.
18. Окружность и эллипс. Гипербола и парабола. Дробно-линейная функция. Полярные координаты. Плоскость и прямая в пространстве.

### *2 семестр*

1. Область определения, важные функции, график, линии уровня. Предел и непрерывность. Частные производные. Дифференциал функции. Производная по направлению. Градиент. Примеры.
2. Критические или стационарные точки. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума функции двух переменных,  $n$  переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Примеры.
3. Понятие об эмпирических формулах. Метод наименьших квадратов. Функции нескольких переменных в экономической теории. Оптимальное распределение ресурсов.
4. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Таблица интегралов. Примеры.
5. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Интегрирование простейших рациональных функций.
6. Интегрирование некоторых видов иррациональностей. Интегрирование тригонометрических функций. Интегралы, «неберущиеся» в элементарных функциях. Некоторые специальные интегралы, типа интегралов Пуассона. Примеры.

7. Понятие определенного интеграла. Его геометрический и экономический смысл. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Геометрический смысл определенного интеграла: площадь плоской фигуры, объем тела вращения.
9. Несобственные интегралы, их сходимость. Главное значение интеграла по Коши. Приближенные вычисления определенных интегралов. Применение определенного интеграла в экономике.
10. Двойные интегралы. Криволинейные интегралы. Формула Грина и ее приложения. Тройные интегралы. Цилиндрические и сферические координаты.
11. Основные понятия: решение, интегральная кривая, частные решения. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения. Элементы качественного анализа дифференциальных уравнений.
12. Неполные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
13. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Применение дифференциальных уравнений в экономической динамике. Системы дифференциальных уравнений.
14. Основные понятия. Сходимость ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Признаки Коши и Даламбера. Интегральный признак сходимости. Ряды с членами произвольного знака. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
15. Основные понятия. Ряды Маклорена и Тейлора. Разложение основных элементарных функций в степенные ряды: экспонента, синус, косинус, логарифм и бином.
16. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Применение рядов в приближенных вычислениях. Примеры.
17. Понятие комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами. Комплексная плоскость. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера.
18. Вывод формулы Эйлера. Модуль и аргумент комплексного числа. Первая и вторая формулы Муавра. Геометрический смысл комплексного числа. Геометрическое сложение и вычитание комплексных чисел.

### Вопросы к экзамену

#### *1 семестр*

1. Предел числовой последовательности. Предел функции в бесконечности и в точке. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах.
2. Первый и второй замечательные пределы. Число Непера. Задача о непрерывном начислении процентов.
3. Задачи, приводящие к понятию производной: задача о касательной, задача о скорости движения, задача о производительности труда. Определение производной, Непрерывность и дифференцируемость. Схема вычисления производной.
4. Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций: производная логарифмической функции, производная показательной функции, производная степенной функции,
5. Таблица производных.
6. Производная неявной и параметрически заданной функции. Производные высших порядков.

7. Понятие дифференциала функции. Геометрический смысл дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
8. Основные теоремы о производных: Ферма, Ролля, Лагранжа. Правило Лопиталя.
9. Возрастание и убывание функций. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
10. Определители второго и третьего порядков. Правило Сарруса. Геометрический смысл определителей второго и третьего порядков.
11. Определитель  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Миноры. Алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа.
12. Обратная матрица. Примеры. Критерий существования обратной матрицы. Алгоритм вычисления.
13. Системы линейных уравнений с двумя и тремя переменными. Системы линейных уравнений, отвечающие квадратной матрице  $n$ -го порядка. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Теорема Крамера.
14. Теорема Кронекера-Капелли. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
15. Основные понятия: длина вектора, сумма, разность векторов, скалярное произведение. Свойства скалярного произведения. Неравенство треугольника.
16. Скалярное пространство. Длина (норма) вектора. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.
17. Системы координат. Задачи. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
18. Окружность и эллипс. Гипербола и парабола. Дробно-линейная функция. Полярные координаты. Плоскость и прямая в пространстве.

### *2 семестр*

1. Частные производные. Дифференциал функции. Производная по направлению. Градиент.
2. Критические или стационарные точки. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума функции двух переменных,  $n$  переменных.
3. Метод наименьших квадратов.
4. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Таблица интегралов.
5. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Интегрирование простейших рациональных функций.
6. Интегрирование некоторых видов иррациональностей. Интегрирование тригонометрических функций. Интегралы, «неберущиеся» в элементарных функциях. Интегралы Пуассона.
7. Понятие определенного интеграла и его свойства. Теорема о среднем значении. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Геометрический смысл определенного интеграла: площадь плоской фигуры, объем тела вращения.
9. Несобственные интегралы, их сходимость. Главное значение интеграла по Коши. Приближенные вычисления определенных интегралов.
10. Двойные интегралы. Криволинейные интегралы. Формула Грина и ее приложения. Тройные интегралы. Цилиндрические и сферические координаты.
11. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Элементы качественного анализа дифференциальных уравнений.
12. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
13. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Системы дифференциальных уравнений.



14. Сходимость ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Признаки Коши и Даламбера. Интегральный признак сходимости.
15. Основные понятия. Ряды Маклорена и Тейлора. Разложение основных элементарных функций в степенные ряды: экспонента, синус, косинус, логарифм и бином.
16. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Применение рядов в приближенных вычислениях. Примеры.
17. Понятие комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами. Комплексная плоскость. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера.
18. Вывод формулы Эйлера. Модуль и аргумент комплексного числа. Первая и вторая формулы Муавра. Геометрический смысл комплексного числа. Геометрическое сложение и вычитание комплексных чисел.

### Контрольные работы по разделам:

1. «Введение в анализ: применение функций в экономике»;
2. «Дифференциальное исчисление: производная и дифференциал; приложение производной»;
3. «Линейная алгебра и аналитическая геометрия: метод обратной матрицы и формулы Крамера».

### Экзамен:

- Экзамен состоит из 1 задачи и 2 тестовых вопросов.
- Количество баллов за каждую задачу или вопрос проставляется в экзаменационном билете.

### Контрольная работа по разделу 1 (темы 1-4) (10 баллов)

#### Вариант 1

1. Построить графики функций (парабола, гиперболоа, эллипс).
2. Затраты на производство продукции  $y$  (тыс. руб.) выражается уравнением  $y=100+10x$ , где  $x$  – число месяцев. Доход от реализации продукции выражается уравнением  $y=50+15x$ . Начиная с какого месяца производство будем рентабельным?
3. Товарооборот фирмы ежемесячно увеличивается на 1%. Через сколько месяцев ее товарооборот, сохраняя темпы роста, увеличится в 2.7 раза по сравнению с первоначальным (считая  $e=2.7$ ). Ответ округлить до целых.

### Контрольная работа по разделу 2 (темы 5-10) (10 баллов)

#### Вариант 1

1. Функция издержек товара имеет вид  $C(x)=100+0.5x^2$ , а доход от производства  $x$  единиц товара определяется следующим образом:

$$D(x)=4000x, \quad x < 100,$$

$$D(x)=4000(100+(x-100)^{1/2}), \quad x > 100.$$

Определить оптимальное для производителя значение выпуска  $x_{\text{опт}}$ .

2. Капитал в 1 млрд руб. может быть размещен в банке по 10% годовых или инвестирован в производство, причем эффективность вложения ожидается в размере 20%, а издержки задаются квадратичной зависимостью. Прибыль облагается налогом в  $p\%$ . При каких значениях  $p$  вложение в производство является более эффективным, нежели чистое размещение капитала в банке.

3. Функция издержек имеет вид  $C(x)=10+0.1x^2$ . На начальном этапе фирма организует производство так, чтобы минимизировать средние издержки  $A(x)$ . В дальнейшем на товар устанавливается цена, равная 4 ден. ед. за единицу. На сколько единиц товара фирме следует увеличить выпуск?

**Контрольная работа по разделу 3 (темы 13–18) (10 баллов)****Вариант 1**

1. Даны две матрицы  $A$  и  $B$ . Найти  $C=B'A'AB$ , а также другие выражения, содержащие данные матрицы и транспонированные к ним.
2. Найти след матрицы  $C=(AB)'-B'A'+3E$ , а также обратные к данным матрицам.
3. Предприятие выпускает три вида продукции, используя два вида сырья. Нормы расходов сырья на единицу продукции задаются матрицей  $A$ . Определить денежные расходы предприятия на осуществление выпуска товаров, задаваемые матрицей  $N$ , если стоимость единицы каждого вида сырья выражается матрицей  $P$ .

**VI. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ****Объем дисциплины и виды учебной работы**

Объем курса – 324 часа, 9 зачетных единиц, в том числе 154 часов – аудиторная нагрузка, из которых 68 часов – лекции, 86 часов – семинары, 170 часов – самостоятельная работа студентов. Читается на 1 курсе (1 и 2 семестр), итоговая форма отчетности в 1 семестре – зачет, во 2 семестре – экзамен.

Вид учебной работы	Всего часов
<b>Аудиторная нагрузка (всего)</b>	154
В том числе:	-
Лекции	68
Практические занятия (ПЗ)	Нет
Семинары (С)	86
Лабораторные работы (ЛР)	Нет
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	170
В том числе:	-
Решение задач	170
Вид промежуточной аттестации Экзамен	4
Общая трудоемкость (часы)	324
Зачетные единицы	9

**Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами**

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин						
		1	2	3	4	5	6	7
1.	Физика	+	+	+	+	+	+	+
2.	Основы бизнеса	+		+			+	+
3.	Химия			+			+	+

**Разделы дисциплин и виды занятий**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекция	Практические занятия	Лабораторные занятия	Семинар	СРС
	Введение		-	-	-	-
1	Математический анализ	30	32	-	-	62
2	Линейная алгебра	8	14	-	-	22
3	Аналитическая геометрия	8	12	-	-	20
4	Функции многих переменных	6	10	-	-	16
5	Дифференциальные уравнения	6	8	-	-	14
6	Числовые и функциональные ряды	6	6	-	-	12
7	Комплексные числа	4	4	-	-	8
	<b>Итого</b>	<b>68</b>	<b>86</b>	-	-	<b>154</b>

## ФОРМА ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

Российская Федерация  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
“Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова”  
Факультет «Высшая школа управления и инноваций»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № \_\_\_\_  
по дисциплине «Математика»  
Направление/Специальность 27.03.05. «Инноватика»

Вопрос 1.

Вопрос 2.

Задача.

Утверждено на заседании Совета факультета «\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ года, протокол № \_\_\_\_

Председатель Совета \_\_\_\_\_ Ф.И.О.  
(подпись)

**СИСТЕМА РЕЙТИНГОВОЙ ОЦЕНКИ И КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ**

№ п/п	СТРУКТУРА	Баллы по каждому модулю
1.	Оценка за активное участие в учебном процессе и посещение занятий:  <div style="text-align: center;"> <p>Всех занятий</p> <p>Не менее 75%</p> <p>Не менее 50%</p> <p>Не менее 25%</p> </div> Итого:	<p>5</p> <p>4</p> <p>3</p> <p>2</p> <p>до 5</p>
2.	устный опрос в форме собеседования (УО-1) устный опрос в форме коллоквиума (УО-2) контрольная работа (ПР-2) Итого:	<p>5</p> <p>10</p> <p>25</p> <p>40</p>
3.	Итоговое тестирование	55
	<b>ВСЕГО:</b>	<b>100</b>

**Пересчет на 5 балльную систему**

<b>2</b> <b>(неудовлетворительно)</b>	<b>3</b> <b>(удовлетворительно)</b>	<b>4</b> <b>(хорошо)</b>	<b>5</b> <b>(отлично)</b>
<b>&lt; 50</b>	<b>50-64</b>	<b>65-84</b>	<b>85-100</b>

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучающиеся обязаны соблюдать дисциплину, вовремя приходить на занятия, в установленные сроки выполнять домашние задания и контрольные работы, осуществлять должную подготовку к ним.

Важное место в освоении дисциплины занимает самостоятельная работа студентов, включающая в себя работу с информационными источниками, поиск, анализ и синтез информации, формирование обоснованных выводов в рамках работы по усвоению материала занятий. Для обеспечения самостоятельной работы студентам предоставляется список учебно-методической литературы.

В процессе обучения студентов применяются различные варианты контроля знаний:

- 1) Поэтапный контроль теоретических знаний в виде коллоквиумов в течение семестра.
- 2) Выполнение индивидуальных заданий по разделам:
  - а) линейная алгебра; б) векторная алгебра и аналитическая геометрия;
  - в) предел функции; г) дифференцирование функций; д) исследование функций и построение их графиков; е) неопределённый интеграл;
  - ж) функции нескольких переменных; з) интегрирование функций нескольких переменных; и) дифференциальные уравнения первого порядка; к) дифференциальные уравнения высших порядков и системы дифференциальных уравнений; л) исследование числовых и функциональных рядов на сходимость и приложения рядов; м) функции комплексного переменного; н) теория вероятностей.
- 3) Традиционные этапные контрольные работы.
- 4) Индивидуальный рейтинг студента, включающий результаты коллоквиумов, выполнения индивидуальных заданий, контрольных работ и оценку выполнения домашних и аудиторных заданий.
- 5) Конечный итог в форме полного или частичного экзамена (или зачёта) определяется в зависимости от индивидуального рейтинга студента.