

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Высшая школа управления и инноваций



**УТВЕРЖДАЮ**  
и.о.декана  
/В.В.Печковская /  
«12» февраля 2019 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**МАТЕМАТИКА**

**БАКАЛАВРИАТ**

**27.03.05 "ИННОВАТИКА"**

Форма обучения:

**очная**

Рабочая программа рассмотрена и одобрена  
Советом факультета

(протокол № 2, 12 февраля 2019 г.)

Москва 2019

установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки / специальности 27.03.05 «Инноватика», 27.04.05 "Инноватика" (программы бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки) в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение 2016, 2017, 2018, 2019.

<b>СОДЕРЖАНИЕ</b> .....	<b>4</b>
<b>I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ</b> .....	<b>5</b>
ЦЕЛЬ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
УЧЕБНЫЕ ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО (ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ).....	5
ФОРМЫ КОНТРОЛЯ.....	7
<b>II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ</b> .....	<b>8</b>
СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ.....	8
ОБЕСПЕЧЕНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	8
<b>III. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ</b> .....	<b>8</b>
<b>IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ</b> .....	<b>11</b>
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	11
РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ОБУЧАЮЩИЕ, СПРАВОЧНО-ИНФОРМАЦИОННЫЕ, КОНТРОЛИРУЮЩИЕ И ПРОЧИЕ КОМПЬЮТЕРНЫЕ ПРОГРАММЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	13
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	13
МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (РАЗДЕЛОВ).....	13
<b>V. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА</b> .....	<b>13</b>
ПРИМЕРЫ ТЕСТОВ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ.....	14
ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ .....	19
<b>VI. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ</b> .....	<b>19</b>
<b>ФОРМА ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА</b> .....	<b>22</b>
<b>СИСТЕМА РЕЙТИНГОВОЙ ОЦЕНКИ И КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ</b> .....	<b>23</b>

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

### Цель и задачи дисциплины

**Цель освоения дисциплины** - формирование знаний и понятий в области высшей математики, ее роли и месте в системе естественных и математических наук. Студент должен отчетливо усвоить исходные идеи, значение основных результатов и овладеть техникой рассуждений и вычислений в этих областях.

Для достижения этой цели изложение математического анализа в Университете должно строиться систематически, на уровне строгости, принятой в современной математике.

**Задачи дисциплины:** изучение основных понятий и теорем математического анализа, их использования в информатике.

### Место дисциплины в структуре ООП.

Дисциплина «Математика» относится к базовой части математического и естественнонаучного блока. Дисциплина изучается в 1 и 2 семестрах. Продолжительность изучения дисциплины 9 кредитов, 324 академических часа, из них – 136 академических часов аудиторных занятий.

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин: «Теоретическая механика», «Физика», Системный анализ и принятие решений», «Основы квантовой физики и квантовых вычислений», «Основы теории управления».

### Результаты обучения.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

*знать:*

- основные характеристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе;

- основные способы математической обработки информации;

- основы современных технологий сбора, обработки и представления информации;

*уметь:*

- применять естественнонаучные знания в профессиональной деятельности;

- использовать современные информационно-коммуникативные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации;

- оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учетом решаемых профессиональных задач;

*владеть:*

- основными методами математической обработки информации;

- основными понятиями и методами математического анализа.

В результате освоения дисциплины должны быть сформированы следующие компетенции:

**УК-1.** Способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации.

**УК-2.** Способность управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.

**ОПК-3.** Способностью применять знания математики, физики и естествознания, химии и материаловедения, теории управления и информационные технологии в инновационной

деятельности.

### Формы контроля.

Текущий контроль осуществляется преподавателем по итогам домашних и контрольных работ, коллоквиума (по усмотрению преподавателя) и во время опросов на практических занятиях.

По неудачно выполненным заданиям рекомендуется проработка, включающая работу над ошибками, выполнение аналогичных заданий и передачу работ. Результаты работ в виде зачетных и незачетных заданий должны быть доступны студентам постоянно в течение всего семестра.

Итоговый контроль за самостоятельной работой студентов осуществляется во время проведения зачетной недели. Подводится итог выполнения всех проверочных работ, сдачи коллоквиума.

Экзаменационная оценка составляет 55 баллов, которые получаются в результате дифференцированной оценки знаний студентов исходя из сложности задания, приведенного в экзаменационном билете. Экзаменационный билет для устного экзамена состоит из двух вопросов (40 баллов: по 20 баллов за ответ на каждый из двух вопросов).

## II. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Вид учебной работы	Всего часов
<b>Контактная работа (всего)</b>	154
В том числе:	-
Лекции	68
Практические занятия (ПЗ)	0
Семинары (С)	86
Лабораторные работы (ЛР)	Нет
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	170
В том числе:	-
Решение задач	104
Проектное исследование	66
Подготовка презентации	
Вид промежуточной аттестации	
Тестирование	
Экзамен	
Общая трудоемкость зачетные единицы	часы 324/9

## III. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1 семестр

#### Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

**Тема 1. Предварительные сведения о математическом анализе.**

Предмет математического анализа. Краткие исторические сведения. Структура курса математического анализа.

**Тема 2. Действительные числа.**

Понятие рационального и действительного числа. Иррациональные числа. Свойство упорядоченности. Свойство непрерывности. Изображение действительных чисел на прямой.

Приближенные вычисления действительных чисел. Погрешности.

**Тема 3. Понятие функции.**

Понятие действительной функции действительной переменной. График функции. Ограниченность, четные, нечетные и периодические функции. Суперпозиция функций. Обратные функции.

**Тема 4. Числовые последовательности и их пределы.**

Понятие числовой последовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечные пределы. Единственность предела. Простейшие свойства предела последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Предел монотонной последовательности. Число  $e$  как предел последовательности  $(1+1/n)^n$ . Подпоследовательности и частичные пределы. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости последовательности. Бесконечно малые последовательности и их связь с бесконечно большими.

**Тема 5. Предел функции.**

Определения предела функции в точке по Гейне и по Коши и их эквивалентность. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности и бесконечные пределы. Свойства пределов функции и арифметические действия над пределами. Пределы монотонных функций. Некоторые замечательные пределы. Бесконечно малые функции и их связь с бесконечно большими функциями.

Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции.

**Тема 6. Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций.**

Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Операции над непрерывными функциями. Предельный переход под знаком непрерывной функции. Точки разрыва и их классификация.

Ограниченность непрерывных на отрезке функций; достижение экстремальных значений. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.

Элементарные функции и их основные свойства.

**Тема 7. Элементарные функции.**

Определение степени с действительным показателем. Показательная функция и ее основные свойства. Логарифмическая функция, ее существование и свойства. Степенная функция и ее основные свойства. Гиперболические функции. Тригонометрические, обратные тригонометрические функции и их свойства.

**Тема 8. Производная и дифференциал.**

Производная и ее физический и геометрический смысл. Дифференцируемые функции. Дифференциал и его геометрический смысл.

Производная суммы, произведения и частного. Дифференцирование сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функций и их дифференцирование.

**Тема 9. Основные теоремы дифференциального исчисления.**

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя). Формула Тейлора.

**Тема 10. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций**

**и построению их графиков.**

Признаки монотонности функции. Понятие о локальных экстремумах функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума. Задачи о наибольших и наименьших значениях функции. Направление выпуклости кривой и точки перегиба. Исследование функции и построение графика.

**Раздел 2. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

**(1-2 семестр)**

**Тема 1. Определение и свойства неопределенного интеграла.**

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица основных интегралов. Замена переменной и интегрирование по частям.

**2 семестр**

**Тема 2. Основные классы функций, интегрируемых в конечном виде.**

Задача об интегрировании в конечном виде. Рациональные функции и их интегрирование. Интегрирование иррациональных выражений в простейших случаях и с помощью подстановок Эйлера. Интегрирование некоторых других иррациональностей. Интегрирование тригонометрических функций вида.

**Тема 3. Определенный интеграл и его свойства.**

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Верхние и нижние интегральные суммы и их свойства. Критерий интегрируемости. Некоторые классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Существование первообразной от непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Замена переменных в определенном интеграле.

**Тема 4. Методы приближенного вычисления определенного интеграла.**

Формула прямоугольников. Формула трапеций.

**Тема 5. Несобственные интегралы.**

Несобственный интеграл от неограниченной функции и по бесконечному промежутку. Теоремы существования. Понятие главного значения интеграла по Коши. Теоремы существования.

**Тема 6. Приложения определенного интеграла.**

Понятие квадратуемой фигуры и ее свойства. Вычисление площадей плоских фигур. Понятие кубичности тел и вычисление объемов. Объем тела вращения. Функции с ограниченной вариацией. Понятие спрямляемой кривой. Длина кривой. Длина дуги как параметр. Дифференциал дуги. Площадь поверхности вращения. Центр тяжести плоской фигуры. Момент инерции.

**Раздел 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ**

**(2-3 семестр)**

**Тема 1. Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных.**

Числовые функции нескольких переменных. Понятие области. Числовые действительные функции нескольких переменных, понятие предела и непрерывности числовых функций нескольких переменных в точке, свойства непрерывных числовых функций. График числовой функции двух переменных.

**Тема 2. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал.**

Частные производные, дифференцируемость и дифференциал, производные сложных

функций, дифференциал сложной функции, производная по направлению, градиент. Касательная и нормаль к поверхности, геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.

**Тема 3. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков.**

**Тема 4. Формула Тейлора для функции двух переменных.**

**Тема 5. Локальный экстремум функции двух переменных.**

Локальный экстремум функции двух переменных, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума, нахождение наибольших и наименьших значений.

**Тема 6. Двойные интегралы и их приложения.**

Площадь многоугольных фигур. Площадь произвольных плоских фигур. Необходимое и достаточное условие квадратуемости (также в терминах границы площади нуль).

Инвариантность, монотонность и аддитивность площади. Понятие двойного интеграла.

Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному интегралу. Замена переменных в двойном интеграле.

#### **Раздел 4. ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ.**

**Тема 1. Числовые ряды.**

Понятие числового ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с положительными членами. Сравнительные признаки сходимости положительных рядов. Признак Даламбера. Признак Коши. Критерий Коши сходимости последовательности действительных чисел. Критерий Коши сходимости числового ряда. Абсолютная сходимость рядов.

**Тема 2. Функциональные последовательности и ряды.**

Функциональные последовательности, равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Непрерывность предельной функции. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Интегрирование функциональных рядов. Дифференцирование функциональных рядов.

**Тема 3. Степенные ряды.**

Понятие степенного ряда. Понятие верхнего предела, его свойства. Радиус и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.

**Тема 4. Разложение функций в степенные ряды.**

Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости ряда Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора, их применение к приближенному вычислению значений элементарных функций. Применение степенных рядов к приближенному вычислению интегралов.

**Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Проверка выполнения домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов.

В промежуточную аттестацию включаются как теоретические вопросы, так и практические задания. Студент должен ответить на один теоретический вопрос и решить несколько предложенных задач. Студент допускается к экзамену, если он обстоятельно

ответил на вопрос, и правильно решил задачи. Допуск к экзамену также может быть выставлен студенту, если он допустил при решении задач и ответе на теоретический вопрос одну-две негрубые ошибки.

Для допуска к экзамену нужно выполнить все домашние задания и пройти промежуточную аттестацию.

Итоговая оценка знаний студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов, которые конвертируется в оценку по пятибалльной шкале (итоговая форма контроля – экзамен), по следующей схеме:

#### IV. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе освоения дисциплины «Математика» используются следующие образовательные технологии:

##### 1. Стандартные методы обучения:

- лекции;
- семинары;
- письменные или устные домашние задания;
- консультации преподавателей;
- самостоятельная работа студентов.

##### 2. Методы обучения с применением интерактивных форм образовательных технологий:

- интерактивные лекции.

#### V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### Основная литература

1. Ильин, Владимир Александрович. Высшая математика : учеб. для студентов вузов / В. А. Ильин, А. В. Куркина ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова М. : Проспект, 2014
2. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений : учеб. для студентов вузов / А. Ф. Филиппов М. : URSS, 2014
3. Ильин, Владимир Александрович. **Математический анализ** : Учеб.:В 2 ч. : Ч.2 / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Бл.Х.Сендов;Под ред.А.Н.Тихонова;Моск.гос.ун-т им.М.В.Ломоносова М. : Проспект, 2006
4. Ильин, Владимир Александрович. **Математический анализ** : Учеб.:В 2 ч. : Ч.1 / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Бл.Х.Сендов;Под ред.А.Н.Тихонова; Моск.гос.ун-т им.М.В.Ломоносова М. : Проспект, 2006
5. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б. Математический анализ. Часть 1. [Текст]: учеб. /В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б. Сендов — М.: Издательство «Проспект» и изд-во МГУ, 2007.
6. Богомолов Н.В. Математика / Н.В. Богомолов. – М.: Дрофа. – 2006. – 300 с.
7. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике / Н.В. Богомолов. – М.: Дрофа. – 2007. – 320 с.
8. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике / Н.В. Богомолов. – М.: Дрофа. – 2007. – 150 с.

9. Шипачев В.С. Математический анализ. Теория и практика [Текст]: учеб. / В.С. Шипачев — М.: Дрофа, 2006.
10. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа [Текст]: учеб. / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин — М.: Физматлит, 2003.

#### **Дополнительная литература:**

1. Алгебра и аналитическая геометрия : учеб.-метод. пособие для студентов 1 курса / [А. Н. Дарьин и др.] ; под ред. И. С. Ломова ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, Фак. вычисл. математики и кибернетики М. : МАКС Пресс, 2009
2. Методическая разработка по математическому анализу, включая теорию функций комплексного переменного. II курс, 3, 4 семестры : метод. пособие / Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, Фак. вычисл. математики и кибернетики ; [сост.: А. В. Домрина, Т. А. Леонтьева, И. С. Ломов] М. : МАКС Пресс, 2009
3. Методическая разработка по математическому анализу для потока бакалавров. 1 курс : учеб.-метод. материалы / И.В.Садовническая [и др.] ; под общ. ред. В. А. Ильина ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, Фак. вычисл. математики и кибернетики М. : МАКС Пресс, 2009
4. Г.М. Фихтенгольц Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах [Текст]: учеб. / Г.М. Фихтенгольц - 8-е издание. – М.: Физматлит, 2003.
5. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах [Текст]: учеб. пособие / В.Ф. Бутузов, Н.Ч. Крутицкая, Г.Н. Медведев, А.А. Шишкин — М.: Физматлит, 2002.
6. Сборник задач по математике для втузов. Ч. 2. [Текст]: учеб. / Под ред. А.В.Ефимова и А.С.Поспелова — М.: Физматлит, 2009.
7. Гурова З.И., Каролинская С.Н., Осипова А.П. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами [Текст]: учеб. пособие / З.И. Гурова, С.Н. Каролинская, А.П. Осипова — М.: Физматлит, 2002.
8. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу [Текст]: учеб. пособие / Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков — М.: Высшая школа, 1999.
9. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., Яковлев Г.Н. Математика. Алгебра и элементарные функции [Текст]: учеб. пособие / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, Г.Н. Яковлев, под ред. Яковлева Г.Н. – М.: Агар, 1999 г.
10. Сборник задач и упражнений по математическому анализу для университетов [Текст] : учеб. пособие / Под ред. Б.П.Демидовича - М.: Наука, 1985.
11. Луканкин Г.Л., Мартынов Н.Н., Шадрин Г.А., Яковлев Г.Н. Высшая математика [Текст] : учеб. / Г.Л. Луканкин, Н.Н. Мартынов, Г.А. Шадрин, Г.Н. Яковлев - М.: Просвещение, 1988.
12. Шипачев В.С. Высшая математика [Текст]: учеб. / В.С. Шипачев - М.: Высшая школа, 1985.
13. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу [Текст]: учеб. пособие / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий — М.: Изд- во МГУ, 1988.

#### **Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ

2. <http://lib.mexmat.ru/>
3. Математическое бюро: Учебники по математическому анализу <http://www.matburo.ru>
4. <http://www.library.mephi.ru/>
5. <http://ega-math.narod.ru/>
6. <http://neo-chaos.narod.ru/fikhtengolts.html>
7. <http://www.alleng.ru>,
8. <http://pay.diary.ru/~eek>,
9. <http://www.mccme.ru>,
10. <http://www.edu.ru/>

### Методические указания по освоению дисциплины.

Для усвоения идей, методов и содержания курса требуется следование следующим методическим указаниям:

1. Регулярное самостоятельное выполнение домашних заданий
2. При изучении теоретических вопросов уметь приводить примеры для иллюстрации теории.
3. Знать физический и геометрический смысл изучаемых понятий.
4. Знать примеры физических и геометрических задач, решаемых с помощью дифференциального и/или интегрального исчисления.
5. Обращать внимание на взаимосвязь изучаемых дисциплин: математического анализа, линейной алгебры, информатики, элементарной математики, геометрии, физики. Самостоятельно повторить необходимый материал из этих дисциплин. В частности, настоятельно рекомендуется повторить курс школьной тригонометрии и свойства элементарных функций.

### Материально-техническое обеспечение дисциплины.

Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или интерактивной доской, мультимедийным проектором и экраном.

При подготовке к занятиям студентам потребуется учебная литература, а также выход в сеть Интернет для работы с образовательными сайтами

**Автор (авторы) программы:** Панферов Семен Валерьевич, к.ф.м.н., Печковская Виктория Викторовна, к.э.н.

**Язык преподавания:** русский.

**Форма обучения:** очная.

## VI. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

### Примерные задания к текущему контролю

**Контрольная работа** по теме *Дифференцируемые функции одного переменного*

1. Исследовать функцию и построить ее график  $f(x) = \frac{x^2 + 2ax + a^2}{x - b}$  ..
2. Найти приближенное значение функции  
а)  $f(x) = \sqrt{9 - a \cdot 0,01}$  , б)  $f(x) = (1 + b \cdot 0,01)^{10}$  .

**Контрольная работа** по теме *Методы интегрирования*

1. Найти интеграл от

1) рациональной функции, например,  $\int \frac{dx}{ax+b}$ ,  $\int \frac{dx}{x^2+2ax+b^2}$ ,  $\int \frac{dx}{(x-a)(x+b)}$ .

2) иррациональной функции, например,  $\int (ax^3 + \frac{b}{x^2} - a\sqrt{x} - \frac{b}{\sqrt[3]{x}} + 10)dx$ .

3) трансцендентной функции, например,  $\int e^{ax^2+b} x dx$ ,  $\int x^2 \cos(ax+b) dx$ .

2. Вычислить определенные интегралы

а)  $\int_1^2 (ax+b)dx$ ,

б)  $\int_0^{\frac{\pi}{a}} \cos ax dx$ .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции из п.1 и прямыми  $x=0, x=1, y=0$ .

### Контрольная работа по теме Дифференцируемые функции многих переменных

1. Найдите производную скалярного поля  ~~$z = x^2 + y^2 + z^2$~~  в точке  $A(0,0,0)$

по направлению а) оси  $Ox$ , б) оси  $Oy$ , в) вектора  $\vec{l} = \{1,1,1\}$ .

2. Дайте определение градиента скалярного поля. Как связана производная по направлению  $\vec{l}$  с градиентом скалярного поля в данной точке?

3. Выписать полный дифференциал функции из номера 1.

4. Исследовать на экстремум данную функцию.

5. Составить уравнение касательной плоскости и вычислить направляющие косинусы нормали к поверхности  ~~$xyz = 1$~~  в точке  $M_0(1,1,2)$ .

### Примерный вариант контрольной работы

1. Вычислить  $\frac{3+2i}{i}$ .

2. Найти общее решение системы

$$x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 3,$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 + 2x_5 = -7,$$

$$4x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 16x_4 + 4x_5 = -14.$$

3. Найти матрицу, обратную данной  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

Найти матрицу  $\mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^T$ .

5. Вычислить определитель матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

**Задания по теме «Основы линейной алгебры»**

1. Дан определитель  $D = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ .

- Вычислить определитель, разложив его по элементам второй строки.
- Составить определитель  $\Delta$ , заменив второй столбец определителя  $D$  линейной комбинацией 1-го и 3-го столбцов с коэффициентами  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = 2$ . Может ли  $D = \Delta$ ?
- Вычислить определитель  $D$ , получив предварительно нули в какой-либо строке или столбце.
- Непосредственным вычислением убедиться, что определитель изменит знак, если поменять местами какие-либо две строки или столбца.

2. Дана система линейных уравнений 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -3x_1 + 4x_3 + x_4 = -6 \\ x_1 + x_2 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

- Доказать, что эта система имеет единственное решение.
- Неизвестное  $x_4$  найти по формулам Крамера.
- Остальные неизвестные найти методом исключений неизвестных (методом Гаусса).

3. а) Решить матричное уравнение 
$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & -4 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

б) Доказать, что система уравнений 
$$\begin{cases} -2x_1 + x_3 = -3 \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -3 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение и найти его матричным методом.

4. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -3 \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

- Доказать, что эта система совместна.
- Найти ее общее решение.
- Найти какое-либо ее частное решение.

5. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0 \\ 14x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

- Доказать, что эта система имеет ненулевые решения.
- Найти ее общее решение.
- Найти фундаментальную систему решений.

### Задания по теме «Векторная алгебра»

- Найти длину вектора  $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$ , где  $|\vec{e}_1| = 1$ , а  $|\vec{e}_2| = 2$  и векторы  $\vec{e}_1$  и  $\vec{e}_2$  образуют угол  $30^\circ$ .
- В плоскости  $XOY$  найти единичный вектор  $\vec{s}$ , перпендикулярный вектору  $\vec{a} = \{2, 1, -1\}$  и образующий острый угол с осью  $Ox$ .
- Дан треугольник с вершинами в точках  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(2, 1, -1)$ ,  $C(-1, 1, 3)$ . Найти его площадь и высоту, опущенную из вершины  $B$ .
- Проверить, лежат ли четыре точки в одной плоскости:  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(3, 4, 5)$ ,  $C(2, -1, 1)$ ,  $D(2, 1, 3)$ .

### Задания по теме «Элементы теории линейных пространств и линейных операторов»

- Доказать, что векторы  $\vec{e}_1 = \{1, 2, -1\}$ ,  $\vec{e}_2 = \{2, 1, 1\}$ ,  $\vec{e}_3 = \{1, 2, 3\}$  образуют базис, и найти разложение в этом базисе вектора  $\vec{a} = \{-1, 3, 2\}$ .
- Относительно базиса  $\vec{e}_1 = \{1; 0; 0\}$ ,  $\vec{e}_2 = \{0; 1; 0\}$ ,  $\vec{e}_3 = \{0; 0; 1\}$  заданы векторы  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{x}$ :  
 $\vec{a}_1 = \{1; 1; 1\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{1; 1; 2\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{1; 2; 3\}$ ,  $\vec{x} = \{6; 9; 14\}$ .
  - доказать, что векторы  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  образуют базис пространства  $R_3$ ;
  - записать матрицу  $A$  перехода от базиса  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  к базису  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  и матрицу  $B$  перехода от базиса  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  к базису  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ ;
  - найти координаты вектора  $\vec{x}$  в базисе  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ ;
  - записать формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в базисах  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  и  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ .
- Найти собственные векторы и собственные значения матрицы:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

### Задания по теме «Аналитическая геометрия»

1. Найти угловой коэффициент  $k$  прямой, проходящей через точки  $M_1(1,8)$  и  $M_2(-1,4)$ ; записать уравнение прямой в параметрическом виде.
2. Составить уравнения сторон и медиан треугольника с вершинами  $A(3,2)$ ,  $B(5,-2)$ ,  $C(1,0)$ .
3. Даны вершины треугольника  $A(-10,-13)$ ,  $B(-2,3)$ ,  $C(2,1)$ . Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины  $B$  на медиану, проведенную из вершины  $C$ .
4. Построить плоскости:
  - а)  $2x + 3y + z - 1 = 0$ ,
  - б)  $2x + y - 4z = 0$ ,
  - в)  $4x - 3y + 6 = 0$ ,
  - г)  $3y + z = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось  $Oy$  и точку  $M(1,4,-3)$ .
6. Найти уравнение проекции прямой  $\frac{x-1}{9} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z}{-7}$  на плоскость  $2x - y - 3z + 6 = 0$ .
7. Точка  $A(1,-3,0)$  - вершина куба, одна из граней которого лежит на плоскости  $3x + 2y - 6z + 17 = 0$ . Вычислить объем куба.
8. Установить, что три плоскости  $2x - 4y + 5z - 21 = 0$ ,  $x - 3z + 18 = 0$ ,  $6x + y + z - 30 = 0$  имеют общую точку и вычислить ее координаты.
9. Расстояние между директрисами эллипса в 2 раза больше расстояния между его фокусами. Определить эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
  - а)  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ ,
  - б)  $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$ ,
  - в)  $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$ ,
  - г)  $y^2 + 6y - 2x + 3 = 0$ .
11. Изобразить линии:
  - а)  $y = \sqrt{1-x^2}$ ,
  - б)  $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2-16}$ ,
  - в)  $x = 3 + \sqrt{-6(y-2)}$ ,
  - г)  $\rho = \frac{18}{4-5\cos\varphi}$ .
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
  - а)  $z - a = -(x^2 + y^2)$ ,
  - б)  $z = x^2 - y^2$ ,
$$x^2 + y^2 = z^2 \quad z = 0, \quad z = 3.$$

### Примерный вариант контрольной работы

1. Записать векторное уравнение прямой  $(\vec{r}, \vec{i} + 2\vec{j}) - 8 = 0$  в общей форме.
2. Через точку  $M_0(1,1)$  провести прямую, параллельную прямой  $(\vec{r}, 4\vec{i} + 5\vec{j}) - 7 = 0$ .
3. Написать уравнение прямой, проходящей через точки  $M_1(3,3)$  и  $M_2(7,6)$ .
4. Вычислить расстояние от точки  $M_0(7,0,3)$  до плоскости

$$(\vec{r}, 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}) + 6 = 0.$$

5. Найти угол между прямой  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$  и плоскостью  $3x - z = 0$ .

6. Определить фокусы эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

**Задания по теме «Элементы теории линейных пространств и линейных операторов»**

4. Доказать, что векторы  $\vec{e}_1 = \{1, 2, -1\}$ ,  $\vec{e}_2 = \{2, 1, 1\}$ ,  $\vec{e}_3 = \{1, 2, 3\}$  образуют базис, и найти разложение в этом базисе вектора  $\vec{a} = \{-1, 3, 2\}$ .

5. Относительно базиса  $\vec{e}_1 = \{1; 0; 0\}$ ,  $\vec{e}_2 = \{0; 1; 0\}$ ,  $\vec{e}_3 = \{0; 0; 1\}$  заданы векторы  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{x}$ :  
 $\vec{a}_1 = \{1; 1; 1\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{1; 1; 2\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{1; 2; 3\}$ ,  $\vec{x} = \{6; 9; 14\}$ .

а) доказать, что векторы  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  образуют базис пространства  $R_3$ ;

б) записать матрицу  $A$  перехода от базиса  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  к базису  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  и матрицу  $B$  перехода от базиса  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  к базису  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ ;

в) найти координаты вектора  $\vec{x}$  в базисе  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ ;

г) записать формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в базисах  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  и  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ .

6. Найти собственные векторы и собственные значения матрицы:

а)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,      б)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

**Домашняя работа**

Исследовать и построить линию второго порядка

1.  $-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$ .
2.  $2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 = 0$ .
3.  $4xy + 4x - 4y = 0$ .
4.  $-2x^2 - 2y^2 + 2xy - 6x + 6y + 3 = 0$ .
5.  $-3x^2 - 3y^2 + 4xy - 6x + 4y + 2 = 0$ .
6.  $-2xy - 2x - 2y + 1 = 0$ .
7.  $-x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y + 2 = 0$ .
8.  $-4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0$ .
9.  $4xy + 4x - 4y - 2 = 0$ .
10.  $x^2 + y^2 + 2xy - 8x - 8y + 1 = 0$ .
11.  $x^2 + y^2 + 4xy - 8x - 4y + 1 = 0$ .
12.  $x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y - 7 = 0$ .

13.  $2xy + 2x + 2y - 3 = 0$ .
14.  $4x^2 + 4y^2 + 2xy + 12x + 12y + 1 = 0$ .
15.  $3x^2 + 3y^2 + 4xy + 8x + 12y + 1 = 0$ .
16.  $x^2 + y^2 - 8xy - 20x + 20y + 1 = 0$ .
17.  $3x^2 + 3y^2 - 2xy - 6x + 2y + 1 = 0$ .
18.  $4xy + 4x + 4y + 1 = 0$ .
19.  $3x^2 + 3y^2 - 4xy + 6x - 4y - 7 = 0$ .
20.  $-4xy - 4x + 4y + 6 = 0$ .
21.  $5x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 2y + 1 = 0$ .
22.  $2x^2 + 2y^2 + 4xy + 8x + 8y + 1 = 0$ .
23.  $-x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 2y + 1 = 0$ .
24.  $2x^2 + 2y^2 - 4xy - 8x + 8y + 1 = 0$ .
25.  $3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x - 4y + 1 = 0$ .
26.  $-4xy + 8x + 8y + 1 = 0$ .
27.  $2x^2 + 2y^2 - 2xy + 6x - 6y - 6 = 0$ .
28.  $x^2 + y^2 + 4xy + 4x + 2y - 5 = 0$ .
29.  $4xy + 4x - 4y + 4 = 0$ .
30.  $3x^2 + 3y^2 - 4xy + 4x + 4y + 1 = 0$ .

### **Примерные теоретические вопросы к текущему контролю**

#### **1 семестр**

1. Что такое функция?
2. Что называется областью определения функции?
3. Что называется множеством значений функции?
4. Что такое график функции?
5. Какие способы задания функции вы знаете?
6. Какая функция называется обратимой?
7. Какие функции называются взаимно обратными?
8. Сформулируйте определения четной и нечетной функции.
9. Какие функции называются периодическими?
10. Как расположены графики взаимно обратных функций?
11. Какие геометрические особенности имеют области определения четных и нечетных функций?
12. Какие геометрические особенности имеют графики четных, нечетных и периодических функций?
13. Какая функция называется возрастающей? Когда она называется строго возрастающей?

14. Какая функция называется убывающей? Когда она называется строго убывающей?
15. Какие функции называются монотонными?
16. Какая функция называется ограниченной? Какая функция называется ограниченной сверху? Какая функция называется ограниченной снизу?
17. Какая функция называется неограниченной? Какая функция называется неограниченной сверху? Какая функция называется неограниченной снизу?
18. Что называется последовательностью?
19. Какие способы задания последовательностей вы знаете?
20. Какая последовательность называется возрастающей? Когда она называется строго возрастающей?
21. Какая последовательность называется убывающей? Когда она называется строго убывающей?
22. Какие последовательности называются немонотонными?
23. Какая последовательность называется ограниченной? Какая последовательность называется ограниченной сверху? Какая последовательность называется ограниченной снизу?
24. Какая последовательность называется неограниченной? Какая последовательность называется неограниченной сверху? Какая последовательность называется неограниченной снизу?
25. Что называется пределом последовательности?
26. В чем заключается геометрический смысл сходимости последовательности?
27. Сформулируйте необходимое условие существования предела последовательности.
28. Сколько пределов может иметь последовательность?
29. Какая последовательность называется бесконечно малой?
30. Какая последовательность называется бесконечно большой?
31. Сформулируйте теорему о пределах суммы и разности двух сходящихся последовательностей. произведения и частного двух сходящихся последовательностей.
32. Сформулируйте теорему о пределе монотонной последовательности (теорему Вейерштрасса).
33. Сформулируйте теорему о пределе промежуточной последовательности («о двух милиционерах») для последовательностей).
34. Запишите второй замечательный предел для последовательностей.
35. Что называется пределом функции при  $x \rightarrow a$  (определение по Гейне)?
36. Что называется пределом функции при  $x \rightarrow a$  (определение по Коши)?
37. Сколько пределов может иметь функция?
38. Сформулируйте теорему о пределах суммы и разности двух функций, произведения и частного двух функций.
39. Сформулируйте теорему о пределе промежуточной функции («о двух милиционерах») для функций).
40. Запишите первый замечательный предел для функций.
41. Запишите второй замечательный предел для функций.
42. Что называется правым (правосторонним) пределом функции в точке?
43. Что называется левым (левосторонним) пределом функции в точке?
44. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке (существование о равенство односторонних пределов функции в точке).
45. Что называется пределом функции при  $x \rightarrow \infty$ , при  $x \rightarrow +\infty$  и при  $x \rightarrow -\infty$  (определение по Гейне и определение по Коши)?
46. Что называется бесконечным пределом функции при  $x \rightarrow a$  (определение по Гейне и определение по Коши)?

47. Какая функция называется бесконечно большой при  $x \rightarrow a$  ?
48. Какая функция называется бесконечно малой при  $x \rightarrow a$  ?
49. Сформулируйте теорему о связи бесконечно больших и бесконечно малых функций при  $x \rightarrow a$ .
50. Какая функция называется непрерывной?
51. Какая точка называется точкой непрерывности функции?
52. Какая точка называется точкой разрыва функции?
53. Какая точка разрыва называется точкой устранимого разрыва?
54. Какая точка разрыва называется точкой разрыва 1 рода?
55. Какая точка разрыва называется точкой разрыва 2 рода?
56. Сформулируйте теорему о непрерывности суммы и разности двух непрерывных функций, произведения и частного двух непрерывных функций.
57. Сформулируйте определение односторонней непрерывности функции в точке (слева и справа).
58. Сформулируйте определение непрерывности функции на отрезке.
59. Сформулируйте теорему о нуле непрерывной функции, принимающей на концах отрезка значения разных знаков.
60. В чем заключается метод интервалов для непрерывных функций.
61. Какая прямая называется вертикальной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
62. Какая прямая называется горизонтальной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
63. Какая прямая называется наклонной асимптотой графика непрерывной функции и как ее найти?
64. Что называется производной функции в точке?
65. Какая функция называется дифференцируемой?
66. Какие прямые называются касательной и секущей к графику функции в точке?
67. В чем заключается геометрический смысл производной функции в точке?
68. Чему равна производная постоянной?
69. Чему равна производная переменной?
70. Сформулируйте необходимое условия дифференцируемости функции.
71. Приведите примеры функций, которые не имеют производной в некоторой точке.
72. Сформулируйте теорему о производной суммы и разности двух функций.
73. Сформулируйте теорему о производной произведения двух функций.
74. Сформулируйте теорему о производной частного двух функций.
75. Какую функцию называют сложной?
76. Приведите примеры сложных функций.
77. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.
78. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
79. Напишите формулы для производных всех элементарных функций и обратных к ним (по выбору преподавателя).
80. Что называется второй производной функции (производной второго порядка)?
81. Что называется  $n$ -ой производной функции (производной  $n$ -го порядка)?
82. Что называется дифференциалом функции?
83. В чем заключается геометрический смысл дифференциала функции в точке?
84. Сформулируйте необходимые условия монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на интервале.
85. Сформулируйте достаточные условия монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на интервале.

86. Какие точки называются критическими точками функции?
87. Какие точки называются стационарными точками функции?
88. Запишите план нахождения промежутков строгой монотонности функции.
89. Какие точки называются точками экстремума функции?
90. Что называют экстремумами функции?
91. Сформулируйте достаточные условия существования точки экстремума функции (три достаточных условия).
92. Запишите два плана нахождения точек экстремума функции.
93. Дайте определение выпуклости вверх и вниз графика функции на интервале.
94. Сформулируйте достаточное условие выпуклости дважды дифференцируемой функции на интервале.
95. Запишите план нахождения интервалов выпуклости функции.
96. Какие точки называются точками перегиба?
97. Сформулируйте необходимые условия существования точки перегиба.
98. Сформулируйте достаточные условия существования точки перегиба.
99. Запишите план нахождения точек перегиба функции.
100. Раскрытие неопределенностей с помощью производных (правило Лопиталя).
101. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
102. Формулы Тейлора основных элементарных функций.

## 2 семестр

1. Что называется первообразной функции?
2. Как задается множество всех первообразных функции, если известна одна из ее первообразных?
3. Что называется неопределенным интегралом функции?
4. Какие свойства неопределенного интеграла Вы знаете?
5. Выпишите основные табличные интегралы.
6. В чем заключается метод замены переменной в неопределенном интеграле? Для интеграла  $\int f(x)dx$  объяснить введение новой переменной способом  $x = x(t)$  и  $t = t(x)$ .
7. Как использовать табличные интегралы вида  ~~$\int f(x)dx$~~  для вычисления интегралов вида  $\int f(u)du$ ?
8. В чем заключается метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле?
9. Что называется криволинейной трапецией?
10. Как вычислить площадь криволинейной трапеции для неотрицательной непрерывной функции?
11. Пример вычисления предела интегральных сумм в задачах физики (например при введении понятия работы силы)
12. Приведите определение определенного интеграла функции как предела интегральных сумм.
13. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла для непрерывной неотрицательной функции?
14. Необходимое условие интегрируемости функции на отрезке. Функция Дирихле.
15. Какие классы функций, интегрируемых по Риману, Вы знаете?
16. Какие свойства определенного интеграла Вы знаете? (интеграл от постоянной, линейность интеграла, интегрирование неравенств, аддитивность интеграла, интеграл от ограниченной непрерывной функции и другие).

17. В чем заключается теорема о среднем для определенного интеграла?
18. Что называется определенным интегралом с переменным верхним пределом?
19. Теорема о существовании первообразной для любой непрерывной функции (как определенного интеграла с переменным верхним пределом).
20. Формула Ньютона-Лейбница.
21. В чем заключается метод замены переменной в определенном интеграле? Для интеграла  $\int_a^b f(x)dx$  объяснить введение новой переменной способом  $x = x(t)$  и  $t = t(x)$ .
22. В чем заключается метод интегрирования по частям в определенном интеграле?

*Приложения определенного интеграла  
В геометрических задачах*

23. Понятие квадратуемой фигуры и ее свойства. Вычисление площадей плоских фигур.
24. Понятие кубуемости тел и вычисление объемов. Объем тела вращения.
25. Понятие спрямляемой кривой. Длина кривой. Длина дуги как параметр. Дифференциал дуги.
26. Площадь поверхности вращения.

**3 семестр**

*Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.*

1. Что называется  $n$ -мерным евклидовым пространством? Ограниченные и замкнутые множества. Понятие области и границы области.
2. Что называется числовой функцией нескольких переменных? Понятие области определения функции нескольких переменных. График числовой функции двух переменных.
3. Понятие предела и непрерывности числовых функций нескольких переменных в точке.
4. Что называется частными производными функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных.
5. Какие функции нескольких переменных называются дифференцируемыми в точке? Что называется дифференциалом функции нескольких переменных? Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке.
6. Как найти производную сложной функции, дифференциал сложной функции, если ее переменные являются функциями от одной или от двух переменных.
7. Что называется локальным экстремумом функции двух переменных? В чем заключается необходимое условие экстремума?
8. Формула Тейлора для функции двух переменных. В чем заключаются достаточные условия экстремума функции двух переменных? Правило исследования дифференцируемых функций двух переменных на экстремум.

*Кратные интегралы*

9. Определение двойного интеграла от функции, заданной в прямоугольной области. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
10. Двойной интеграл в случае произвольной области. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу в случае произвольной области.
11. Замена переменных в двойном интеграле.
12. Определение тройного интеграла от функции, заданной на прямоугольном

параллелепипеде. Сведение тройного интеграла к повторному интегралу.

13. Тройной интеграл в случае произвольной области. Сведение тройного интеграла к повторному интегралу в случае произвольной области.
14. Приложение двойных и тройных интегралов к задачам геометрии.
15. Приложение двойных и тройных интегралов к задачам физики.

#### *Поверхности*

16. Поверхности, способы их задания, координатные линии на поверхности, касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной параметрически, неявно и графиком функции.

#### *Числовые и функциональные ряды*

1. Числовой ряд и его сумма.
2. Необходимое условие сходимости ряда.
3. Операции над сходящимися рядами (умножение на число и сложение).
4. Признаки сравнения для сходящихся рядов.
5. Критерий Коши сходимости ряда.
6. Знакоположительные ряды. Признак сравнения для знакоположительных рядов.
7. Признак Даламбера сходимости знакоположительного числового ряда.
8. Признак Коши сходимости знакоположительного числового ряда.
9. Функциональная последовательность. Сходимость функциональной последовательности в точке, на множестве..
10. Функциональный ряд. Область сходимости. Понятие степенного ряда и его радиуса сходимости.
11. Сходимость ряда Тейлора.

#### **Примерные практические вопросы к текущему контролю**

По всем теоретическим вопросам текущего контроля уметь приводить примеры и решать простейшие задачи (все они, кроме последнего 4 раздела, должны быть решены на практических занятиях и закреплены в домашних работах).

#### **Примерный список теоретических вопросов для подготовки к экзамену (по темам)**

Для подготовки к экзамену можно также воспользоваться списком теоретических вопросов для текущего контроля.